Zerfall ist Zufall – das Würfelmodell

Physik 10 · Kapitel 1 · Stunde 07 · Skript

Name: Klasse: Datum:

🏠 **Fall „Radon im Altbau“** Im Keller der Familie Albers schweben unzählige Radonatome. Kann man vorhersagen, welches als Nächstes zerfällt? Und wie viele sind nach einer Woche noch da?

1 Der Zerfall eines Kerns ist Zufall

In Stunde 06 hast du gelernt, dass sich instabile Kerne umwandeln. Doch **wann** zerfällt ein bestimmter Kern? Die Antwort überrascht: Das kann niemand vorhersagen – nicht, weil man es noch nicht weiß, sondern weil es grundsätzlich **Zufall** ist. Ein Radonatom kann in der nächsten Sekunde zerfallen oder erst in einem Monat.

Fest ist nur die **Wahrscheinlichkeit**, mit der ein Kern in einem bestimmten Zeitabschnitt zerfällt. Sie hängt allein von der Kernart ab, nicht von Temperatur, Druck oder vom „Alter“ des Kerns. Ein Kern hat kein Gedächtnis.

Bei sehr vielen Kernen gleicht sich der Zufall aus. Dann lässt sich gut vorhersagen, wie viele Kerne in einer bestimmten Zeit **ungefähr** zerfallen.

2 Ein Modell für den Zerfall

Atomkerne kann man nicht sehen. Deshalb nutzt man ein **Modellexperiment**: Ersatzobjekte, die sich in der wichtigen Eigenschaft genauso verhalten – hier Würfel. Ob ein Würfel eine Sechs zeigt, ist Zufall; die Wahrscheinlichkeit beträgt immer 1/6.

Modell	Realität
ein Würfel	ein Atomkern
ein Wurf	ein Zeitabschnitt
Würfel zeigt eine Sechs und wird entfernt	Kern zerfällt
Wahrscheinlichkeit 1/6	Zerfallswahrscheinlichkeit pro Zeitabschnitt
übrige Würfel N	noch nicht zerfallene Kerne

WORTSPEICHER

Zufall: Ein Ereignis ist zufällig, wenn man nicht vorhersagen kann, ob und wann es eintritt

Wahrscheinlichkeit: Maß dafür, wie oft ein Ereignis im Mittel bei vielen Versuchen eintritt, z. B. 1/6 für eine Sechs

Modellexperiment: Experiment mit Ersatzobjekten (z. B. Würfeln), das wichtige Eigenschaften eines nicht direkt beobachtbaren Vorgangs nachbildet

Abnahmekurve: Diagramm der noch vorhandenen Anzahl über der Zeit; beim Zerfall fällt sie zuerst steil, dann immer flache

Konzept und Design: www.so-macht-lernen-spass.de – Bei der technischen Umsetzung hat eine künstliche Intelligenz (KI) unterstützt.

3 🔬 Messprotokoll: Das Würfelmodell

Frage: Wie nimmt die Anzahl der „nicht zerfallenen“ Würfel von Wurf zu Wurf ab?

Material: Würfel (in der Gruppe z. B. 25), Becher, Tablett · **Durchführung:** Würfel zählen und als Wurf 0 eintragen. Alle Würfel werfen, alle Sechsen entfernen, übrige Würfel zählen und eintragen. Wiederholen bis Wurf 10. Danach das Klassenergebnis (Summe aller Gruppen) von der Tafel übernehmen.

Wurf n	übrige Würfel N (Klasse)	in diesem Wurf zerfallen
0		–
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Erwartung bei 100 Würfeln (Mittelwert vieler Durchgänge): 100 – 83 – 69 – 58 – 48 – 40 – 33 – 28 – 23 – 19 – 16.

Auswertung · Nach etwa _____ Würfen war die Hälfte übrig. Pro Wurf zerfällt im Mittel etwa _____ der übrigen Würfel.

Ergebnis · Formuliere einen Antwortsatz zur Frage.

_____

_____

Fehlerbetrachtung · Warum hat jede Gruppe andere Werte?

_____

_____

TIPP
Erst zählen, dann eintragen – die Sechsen vorher entfernen.

Konzept und Design: www.so-macht-lernen-spass.de – Bei der technischen Umsetzung hat eine künstliche Intelligenz (KI) unterstützt.

4 Anleitung: Die Abnahmekurve zeichnen und auswerten

1. Beschrifte die Achsen: x-Achse **Wurf n**, y-Achse **übrige Würfel N**.
2. Trage alle Messwerte als Punkte ein.
3. Zeichne eine **glatte Kurve** durch die Punktwolke – verbinde nicht jeden Punkt mit dem Lineal, denn der Zufall verursacht kleine Zacken.
4. Ziehe bei der Hälfte des Startwerts eine waagerechte Linie.
5. Gehe am Schnittpunkt senkrecht nach unten und lies die Anzahl der Würfe ab.

Musterbeispiel: Messreihe mit 100 Würfeln: 100 – 86 – 75 – 64 – 51 – 44 – 33 – 27 – 23 – 18 – 15.

Schritt	Überlegung	Ergebnis
1. Messwerte eintragen	x-Achse: Wurf n · y-Achse: übrige Würfel N	Punkte (0 | 100), (1 | 86), (2 | 75) …
2. Kurve zeichnen	glatte Kurve durch die Punktwolke, nicht Punkt für Punkt verbinden	fällt erst steil, dann flacher
3. Hälfte markieren	waagerechte Linie bei N = 50	–
4. Ablesen	Schnittpunkt mit der Kurve, senkrecht nach unten	n ≈ 4,1 Würfe
5. Vergleichen	Erwartung aus vielen Messungen: 3,8 Würfe	passt im Rahmen des Zufalls

Antwortsatz: Nach etwa 4 Würfen ist die Hälfte der Würfel übrig. Das passt zur Erwartung von 3,8 Würfen.

TIPP
Glatte Kurve statt Zickzack

Konzept und Design: www.so-macht-lernen-spass.de – Bei der technischen Umsetzung hat eine künstliche Intelligenz (KI) unterstützt.

5 Einfluss der Anzahl und Grenzen des Modells

Mit 20 Würfeln sieht die Kurve wie eine unregelmäßige Treppe aus, mit 1000 Würfeln ist sie fast glatt. Je größer die Anzahl, desto besser gleicht sich der Zufall aus. Eine echte Radonprobe enthält unvorstellbar viele Atome – ihre Abnahme ist deshalb praktisch exakt vorhersagbar. Für sehr viele Radonatome gilt: Nach 3,8 Tagen ist etwa die Hälfte zerfallen.

Erwartungswert E: Pro Wurf bleiben im Mittel 5/6 der Würfel übrig. Nach n Würfen erwartet man $N = N_0 \cdot (5/6)^n$. Beispiel: $100 \cdot (5/6)^2 = 100 \cdot 25/36 \approx 69$.

Grenzen des Modells: Würfel „zerfallen“ nur beim Wurf, Kerne zu jedem beliebigen Zeitpunkt. Beim echten Zerfall entstehen ein Tochterkern und Strahlung. Und jede Kernart hat eine eigene Zerfallswahrscheinlichkeit – nicht immer 1/6.

Konzept und Design: www.so-macht-lernen-spass.de – Bei der technischen Umsetzung hat eine künstliche Intelligenz (KI) unterstützt.

6 Aufgaben

Deine Stufe: Jede Aufgabe ist gekennzeichnet. G Grundlage · S Standard · E Experte.
Grundlage: Aufgaben 1, 2 und 4 · **Standard:** Aufgaben 1 bis 5 · **Experte:** Aufgaben 1 bis 6. In der interaktiven Übung stellst du dieselbe Stufe oben über die Schalter „Grundlage – Standard – Experte“ ein.

Aufgabe 1 G · Ergänze. *(Hilfe: Abschnitt 1)*
Wann ein einzelner Kern zerfällt, ist _____. Bei sehr vielen Kernen kann man _____, wie viele ungefähr zerfallen. Fest ist nur die _____ des Zerfalls.

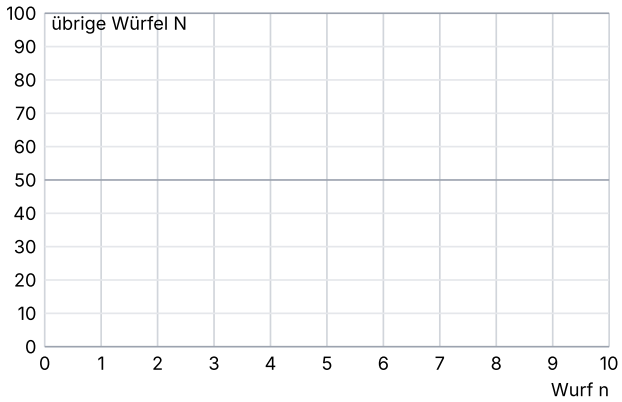
Aufgabe 2 G · Ordne zu: Was entspricht im Würfelmodell der Realität? *(Hilfe: Abschnitt 2)*

Modell	Realität
Würfel	_____
Wurf	_____
Sechs	_____
übrige Würfel	_____

TIPP
Bei jeder Aufgabe steht, welcher Abschnitt hilft.

Konzept und Design: www.so-macht-lernen-spass.de – Bei der technischen Umsetzung hat eine künstliche Intelligenz (KI) unterstützt.

Aufgabe 3 S · Zeichne die Abnahmekurve des Musterbeispiels (Abschnitt 4) in das Raster und lies ab, nach wie vielen Würfen die Hälfte übrig ist. *(Hilfe: Abschnitt 4)*



Hälfte übrig nach etwa _____

Aufgabe 4 G · Sag es physikalisch! *„Ein Radonatom zerfällt nach genau 3,8 Tagen.“ (Hilfe: Abschnitte 1 und 5)*

_____

_____

_____

Konzept und Design: www.so-macht-lernen-spass.de – Bei der technischen Umsetzung hat eine künstliche Intelligenz (KI) unterstützt.

Aufgabe 5 S · Gruppe A würfelt mit 20 Würfeln, die Klasse mit 1000. Begründe, welches Ergebnis näher an der Erwartung liegt. *(Hilfe: Abschnitt 5)*

Aufgabe 6 E · a) Berechne die Erwartung $N = 600 \cdot (5/6)^n$ für n = 1, 2 und 3 (ganze Zahlen). b) Man würfelt statt mit Würfeln mit Münzen: „Zahl“ bedeutet Zerfall. Nach wie vielen Würfen ist im Mittel die Hälfte übrig? c) Nenne zwei Grenzen des Würfelmodells. *(Hilfe: Abschnitt 5)*

★ **Vertiefung** Würfle mit 100 Würfeln, wobei 5 *und* 6 „Zerfall“ bedeuten (Wahrscheinlichkeit 1/3). Nach wie vielen Würfen ist die Hälfte übrig? Vergleiche mit dem normalen Würfelmodell.

HAUSAUFGABE

Aufgabe 4 und eine weitere Aufgabe deiner Stufe.

Konzept und Design: www.so-macht-lernen-spass.de – Bei der technischen Umsetzung hat eine künstliche Intelligenz (KI) unterstützt.